

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, ПОРОЖДЕННЫХ ОПОЛЗНЯМИ*

З. И. ФЕДОТОВА, Л. Б. ЧУБАРОВ, Ю. И. ШОКИН

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: zf@ict.nsc.ru, chubarov@ict.nsc.ru

Questions of development of numerical models for generation and transformation of long surface waves of a landslide origin are considered. The authors specify the basis mathematical models, state the principles of construction of computing algorithms, give the results of numerical experiments.

Введение

Интерес к задачам генерации волн подводными оползнями обусловлен настойчивыми попытками связать известные факты возникновения аномальных волн цунами с оползневым механизмом их генерации в противовес традиционному сейсмическому [1, 2]. Здесь под аномальностью понимается несоответствие между сопоставляемыми слабым сейсмическим событием и заметной по своим проявлениям у берега волной цунами. Подобные явления были зарегистрированы в последние годы у берегов Канады, Турции и Папуа-Новой Гвинеи.

Высказанная в 30-х годах прошлого века гипотеза утверждает, что даже слабое землетрясение может спровоцировать в прибрежной зоне движение значительных оползневых масс. Возможны ситуации, когда эти массы оказываются полностью или частично затопленными. В последнем случае процесс генерации волн оказывается практически одновременным с процессом их наката на берег.

При решении задач математического моделирования обсуждаемых здесь явлений надо выбрать достоверные экономичные модели движения оползня и окружающей его жидкости, построить алгоритмы, учитывающие специфику явлений — наличие подвижных границ (накат волны на движущийся берег) и разрывных режимов, обусловленных резкими началом и остановкой оползня, обеспечить эффективный обмен информацией между моделями, алгоритмами и программами, соответствующими каждому из процессов.

Известные подходы к моделированию оползней сводятся либо к моделированию перемещения абсолютно твердого тела [1–3] или совокупности таких тел [4], либо течения жидкости, отличающейся по плотности, вязкости и т.п. [5–7], либо движения некоторой упругопластической среды [8], перемещающейся с учетом или без учета взаимодействия с

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-05-64108), Программы интеграционных исследований СО РАН (грант № 2003-5) и Программы поддержки ведущих научных школ РФ (грант № НШ-2314.2003.1).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2004.

окружающей жидкостью. В некоторых ситуациях перспективным представляется моделирование явления в рамках двухслойной жидкости со слоями различных плотностей и коэффициентов вязкости [9–11]. Ряд исследований выполнен с помощью хорошо известного пакета TOPICS [1, 2], который по ряду эмпирических соотношений определяет начальные распределения высот волн и скоростей, используемых затем для расчета распространения волн.

Специфика моделирования соответствующих поверхностных волн определяется тем, что цунами оползневого происхождения зарождаются в прибрежной зоне с малой глубиной, длительность перемещения оползня весьма велика и сравнима с периодом генерируемой волны, также сравнимыми являются характерные глубина и вертикальный размер оползня. Так что весьма привлекательная идея применения приближенных моделей волновой гидродинамики требует детального предварительного исследования, сопоставления с полными моделями и с результатами лабораторных экспериментов.

В настоящей работе исследование волновых режимов выполняется с помощью иерархии моделей волновой гидродинамики. Полученные результаты сопоставляются также с результатами экспериментов [12].

Гиперболические уравнения теории мелкой воды решались с помощью простых, эффективных и экономичных конечно-разностных алгоритмов, построенных на базе схем второго порядка аппроксимации, с параметрами, управляющими вкладом нелинейных и дисперсионных эффектов, а также процедурой сглаживания.

Статья состоит из двух частей, первая посвящена математическим моделям и вычислительным алгоритмам, вторая — описанию задач и обсуждению результатов.

1. Математические модели и алгоритмы

В качестве математических моделей динамики свободной поверхности тяжелой жидкости используются линейная, нелинейная и нелинейно-дисперсионная системы уравнений мелкой воды, обобщенные на случай нестационарной донной поверхности [13]. Рассматривается случай одной пространственной переменной.

Нелинейные уравнения мелкой воды взяты в дивергентной форме, что позволило моделировать близкие к разрывным течения на границе вода — суша и адекватно воспроизводить движение линии уреза. Такие волновые режимы возникают при накате волн цунами на берег и движении оползневых масс по дну в одной из упомянутых выше моделей [9]. Таким образом, в качестве базовой модели рассматриваются уравнения

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= 0, \\ (hu)_t + \left(hu^2 + \frac{gh^2}{2} \right)_x &= ghH_x, \end{aligned} \tag{1}$$

где u — усредненная скорость течения; h — полная глубина жидкости: $h = \eta + H$; η — возвышение свободной поверхности; H — глубина канала с невозмущенной жидкостью. Все перечисленные величины суть функции от переменных x, t . Глубину H представим в виде $H(x, t) = \tilde{H}(x) - b(x, t)$, причем $b(x, t) = 0$ при $t = 0$. Функция $b(x, t)$ описывает динамику донной поверхности и предполагается известной.

Система уравнений нелинейно-дисперсионной модели в этих же переменных имеет вид

$$\begin{aligned} h_t + (hu)_x &= \left[\tilde{H} \tilde{H}_x \left(\frac{1}{2} \tilde{H}_x u + \frac{1}{6} \tilde{H} u_x - \frac{1}{2} b_t \right) \right]_x, \\ u_t + uu_x + g\eta_x &= \left[\tilde{H} \left(\frac{1}{3} \tilde{H} u_{tx} + \frac{1}{2} \tilde{H}_x u_t - \frac{1}{2} b_{tt} \right) \right]_x. \end{aligned} \quad (2)$$

Члены в правых частях этих уравнений описывают дисперсию и имеют порядок $O(H_0/l_0)^2$, где H_0 и l_0 — характерные глубина и горизонтальный размер.

Построение модели движения оползня в рамках уравнений теории мелкой воды ввиду возможной неоднозначности определения значения функции, задающей свободную поверхность оползня в исходных координатах, выполняется посредством введения локальных координат, связанных с неподвижной твердой поверхностью дна. При этом ось Oz направлена по внешней нормали к поверхности твердого дна в данной точке, а оси Ox и Oy расположены в касательной плоскости. В этих локальных координатах с учетом трения на поверхности дна уравнения динамики оползня переписутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) &= 0, \\ \frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(huu) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) &= -\frac{1}{2}k \frac{\partial}{\partial x}(gh^2 \cos \theta) + kgh \sin \theta_x - \tau_{xz(z=0)}, \\ \frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hvu) + \frac{\partial}{\partial y}(hvv) &= -\frac{1}{2}k \frac{\partial}{\partial y}(gh^2 \cos \theta) + kgh \sin \theta_y - \tau_{yz(z=0)}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$k = \rho_w / \rho_s, \quad \tau_{xz(z=0)} = kgh \cos \theta t g \phi u / \|u\|,$$

где $\tau_{xz(z=0)}$ и $\tau_{yz(z=0)}$ — компоненты трения; ρ_w и ρ_s — плотности воды и оползня соответственно; θ_x и θ_y — составляющие угла наклона дна θ . Заметим, что уравнения (3) при $k = 1$, $\theta = 0$ аналогичны традиционным уравнениям мелкой воды, что позволяет использовать один алгоритм для расчета динамики дна и свободной поверхности.

Система уравнений (1) аппроксимировалась известной схемой Мак-Кормака. Для нелинейно-дисперсионных уравнений (2) была модифицирована разностная схема, исследованная в работе [14]. Обе схемы имеют второй порядок аппроксимации, а нефизические высокочастотные осцилляции устранялись с помощью процедуры сглаживания. Для выбора алгоритма аппроксимации уравнений (3) был рассмотрен ряд схем, построенных на основе метода “распада разрыва”. Лучшим на совокупности тестовых задач оказался противопотоковый алгоритм схемы С.К. Годунова [15]. Именно этот алгоритм, равно как и упомянутая выше схема Мак-Кормака, применялся для определения свободной поверхности текущего по склону оползня. Как уже говорилось, для этих процессов характерно наличие разрывов.

На левой границе области, соответствующей вертикальной стенке, задавалось условие непротекания. На правой границе ставилось неотражающее краевое условие [16], которое обеспечивало беспрепятственный выход волн. В начальный момент при $t = 0$ задавалось состояние покоя с невозмущенной свободной границей.

2. Описание модельных задач и численные расчеты

Предварительный анализ алгоритмов выполнялся на простейших модельных задачах о генерации волн перемещением недеформируемых тел по дну канала постоянной глубины. Расчеты позволили оценить зависимость основных параметров волнового поля от формы, размеров тела, закона его движения, а также сопоставить результаты, полученные по разным численным моделям, и тем самым изучить вклад диссипации и дисперсии в качественные и количественные характеристики волн.

В **первой задаче** были рассмотрены движущиеся тела разных геометрических форм: “прямоугольник”, “сглаженный прямоугольник”, верхняя половина эллипса (“полуэллипс”) и “синус” — возвышение, образованное синусоидой на длине своего периода, поднятой на высоту амплитуды. Эти тела перемещаются по дну либо равномерно, либо равноускоренно. В силу предположения о недеформируемости закон движения тел ассоциируется с центром массы. Через некоторое время тела останавливались.

Анализ результатов выполнялся по данным виртуальных датчиков, расположенных в точках М1 над центром массы тела при $t = 0$ и М2 (на расстоянии длины тела l_0 от М1). Результаты, представленные на рис. 1–4, получены при воспроизведении волновых режимов, порожденных равноускоренными движениями тела с начальной скоростью $v_0 = 0$ и ускорением $a_0 = 0.26$.

Несмотря на одинаковые характерные размеры тел, амплитуды волн сильно различаются. Использование сглаженной прямоугольной подвижки позволяет избежать высокочастотных колебаний, порожденных разрывами первого рода. Заметим, что все применяемые модели, особенно *NLD*-модель, оказались чувствительными к гладкости функций, задающих форму дна. Численные эксперименты показывают монотонную зависимость амплитуды от ширины сглаживания, однако рассчитанные волновые профили различаются по форме. Влияние ускорения движущегося тела на волновое поле показано на рис. 2. В рассмотренных пределах изменения величины a_0 (см. [1]) наблюдается монотонная зависимость амплитуды от величины ускорения. Результаты, полученные по *L*-, *NL*- и *NLD*-моделям, показывают, что нелинейность и дисперсия начинают проявляться по мере продвижения тела (рис. 3, 4). После остановки движения тела образуется волна, идущая в сторону, противоположную движению тела.

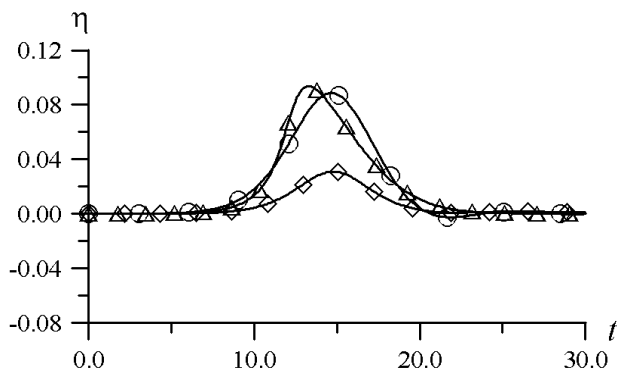


Рис. 1. Мареограммы в точке М1 для равноускоренно движущихся тел: *a* — “сглаженный прямоугольник”, *b* — “полуэллипс”, *c* — “синус”. Модель *NL*.

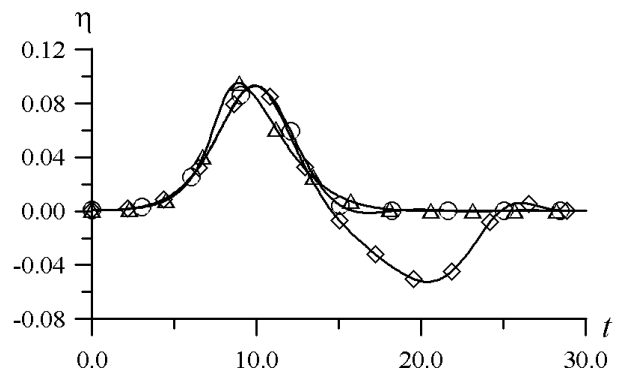


Рис. 2. Мареограммы в точке М1 при различных значениях ускорения тела (“сглаженный прямоугольник”). Модель *NL*.

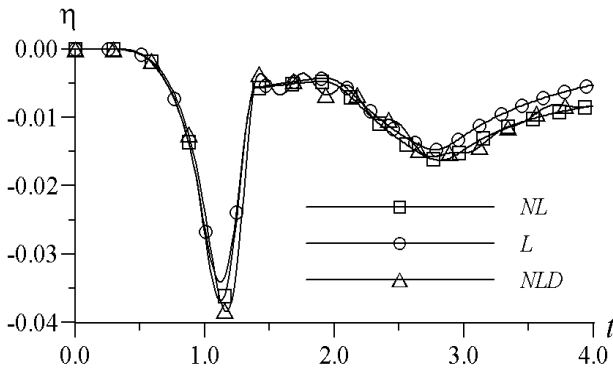


Рис. 3. Мареограммы в точке М1 для различных моделей ("сглаженный прямоугольник").

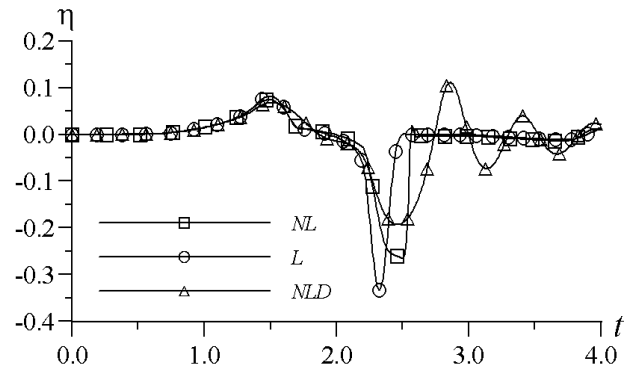


Рис. 4. Мареограммы в точке М2 для различных моделей ("сглаженный прямоугольник").

Характер волнообразования при равномерном движении ($a_0 = 0, v_0 = \text{const}$) несколько иной. При $v_0 \gg \sqrt{gH}$ волна повышения практически повторяет форму движущегося тела, что сильнее проявляется при движении объекта на небольшой глубине. При $v_0 \ll \sqrt{gH}$ возмущение свободной поверхности незначительно.

Вторая задача связана с образованием волны сходом подводного оползня при учете упругопластических свойств составляющих его материалов [8]. Моделируемое явление происходит в прибрежной зоне, где эффекты нелинейности и дисперсии достаточно велики. Поэтому важным оказывается сопоставление результатов, полученных по разным моделям, а также изучение влияния искусственной диссипации на характеристики волнообразования. Моделирование движения оползня выполнялось с помощью методики FLAC, реализующей лагранжево представление исследуемого процесса.

Геометрия дна модельной акватории (рис. 5) включала сегменты постоянной глубины A и длиной 1000 и 6000 м, деформация дна происходила на сегменте B (2200 м), расположенном между ними. Толщина покоящегося при $t = 0$ слоя жидкости равнялась 5 м (над сегментом A) и 305 м (над сегментом C). Деформация дна длилась 48 с, физическое время расчета составило 100 с. Мареограммы, рассчитанные в характерных точках, показали, что влияние нелинейности существенно только в прибрежной части акватории при воспроизведении как волны понижения (предвестник), так и последующей волны повышения. В мористой части мареограммы, рассчитанные по NL - и L -моделям, практически

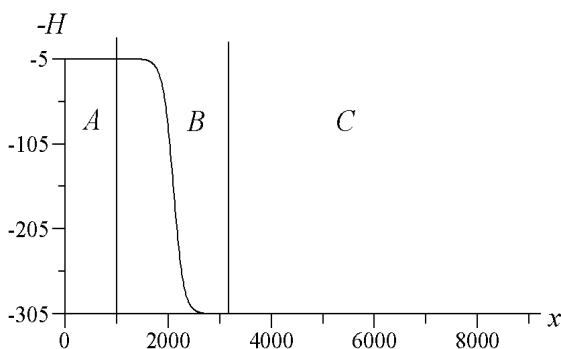


Рис. 5. Схема расчетной области для третьей тестовой задачи.

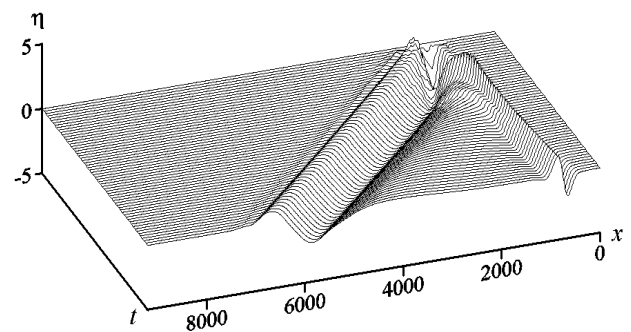


Рис. 6. Динамика волнового профиля. Модель L .

неразличимы. Волновые поля, рассчитанные по NLD -модели, весьма сходны с “нелинейными” в прибрежной части, несколько уступая по амплитуде волн повышения. В мористой части ярко проявляются дисперсионные эффекты. Здесь вторая волна повышения, сформировавшаяся вслед за значительной по амплитуде денивиляцией, представляет цуг волн с уменьшающимся размахом колебаний.

На рис. 6–8 показана динамика свободной поверхности, рассчитанная с помощью различных моделей и позволяющая судить об общем характере течения. Расчетам по L - и NL -моделям соответствуют рис. 6, 7, а расчетам по NLD -модели соответствует рис. 8. Полученные результаты продемонстрировали известный эффект понижения уровня, предшествующего появлению у берега волны с положительной амплитудой. Основные дисперсионные эффекты связаны с волнами, направляющимися в сторону увеличения глубины, нелинейные эффекты значительно проявляются в прибрежной зоне. Обращает на себя внимание процесс перестройки волнового поля в момент остановки оползня, когда возникает вторая волна повышения, идущая в сторону берега, догоняющая основную положительную волну и сливающаяся с ней.

Новые перспективы открываются в части моделирования собственно движения ополз-

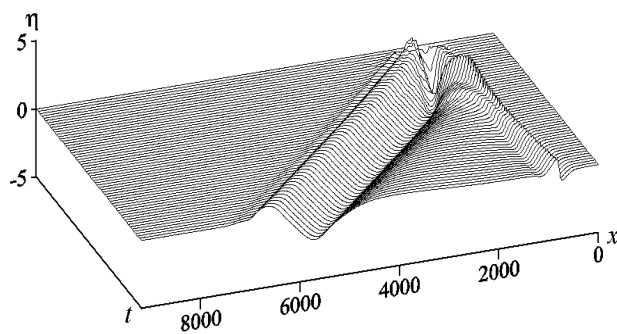


Рис. 7. Динамика волнового профиля.
Модель NL .

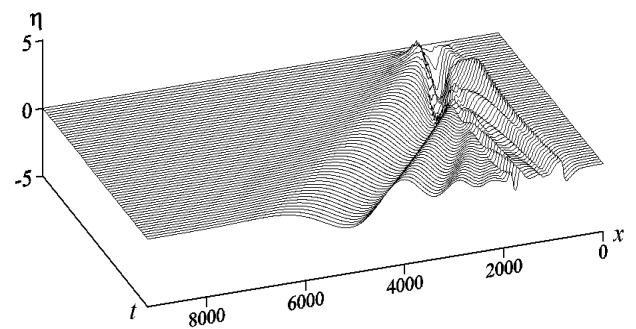


Рис. 8. Динамика волнового профиля.
Модель NLD .

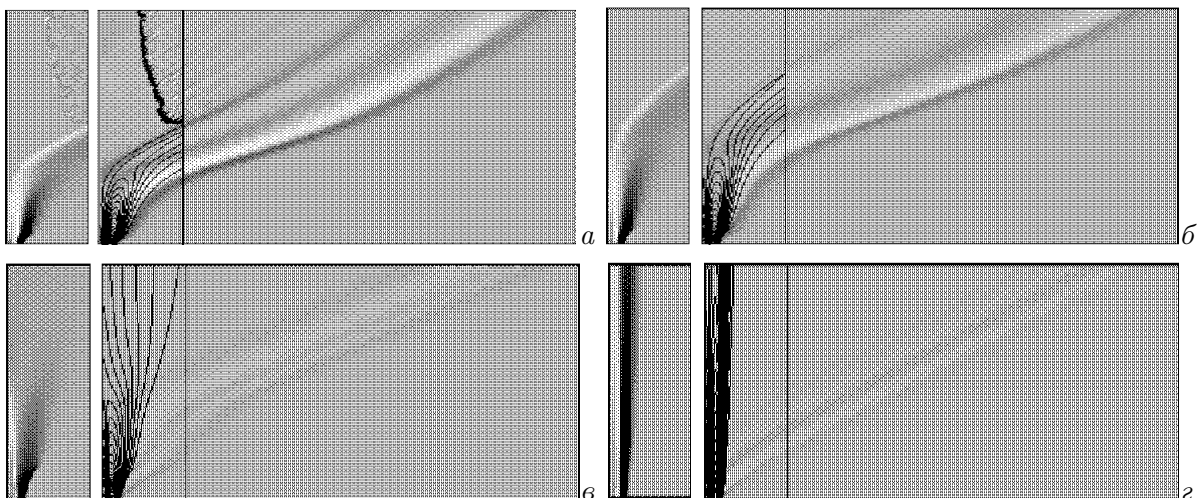


Рис. 9. Результаты расчетов с использованием теории мелкой воды для описания движения оползня: a — без трения, $б$ — с малым трением, $в$ — с умеренным трением, $г$ — с сильным трением.

невых масс, в значительной степени определяющего характер волнового режима в рамках уравнений (3). В качестве примера на рис. 9 представлены результаты, полученные с использованием модели мелкой воды и для описания движения оползня, рассматриваемого как жидкость с удвоенной плотностью, перемещающаяся по склону в 15 град. с заданной силой трения. Более подробно такая постановка задачи рассматривается в [15]. Как видно из этой серии рисунков, изменение модели движения оползня полностью определяет волновой режим на свободной поверхности, который все же носит упрощенный характер. С увеличением трения уменьшается расстояние, на которое продвигается оползень, сокращается его растекание. При малой величине трения оползень в некоторый момент разворачивается в сторону увеличения глубины и ускоряет свое течение вдоль склона. При этом волна на начальной стадии полностью следует траектории движения оползня, а после его остановки продолжает движение в область постоянной глубины. Ее амплитуда значительно уменьшается с увеличением трения. При увеличивающемся трении оползень остается практически неподвижным, в то время как слабое возмущение, возникшее в момент начала движения, распространяется по неизменной траектории.

Список литературы

- [1] WATTS P., IMAMURA F., GRILLI S.T. Comparing model simulations of three benchmark tsunami generation cases // *Sci. of Tsunami Hazards*. 2000. Vol. 18, N 2. P. 107–123.
- [2] WATTS P., GRILLI S.T. Underwater landslide shape, motion, deformation, and tsunami generation // *Proc. of the 13th Intern. Offshore and Polar Eng. Conf., Honolulu, Hawaii, 2003*. Vol. 3. P. 364–371.
- [3] HARBITZ C., PEDERSEN G. Model theory and analytical solutions for large water waves due to landslides. Oslo, 1992 (Prepr. Series, Dept. of Mathematics, Univ. of Oslo, N 4).
- [4] TINTI S., BORTOLUCCI E., VANNINI C. A block-based theoretical model suited to gravitational sliding // *Natural Hazards*. 1997. Vol. 16. P. 1–28.
- [5] HEINRICH P., SCHINDELE F., GUIBOURG S., IHMLE P. Modeling of the February 1996 Peruvian tsunami // *Geophys. Res. Lett.* 1998. Vol. 25, N 14. P. 2687–2690.
- [6] JIANG L., LEBLOND P.H. The coupling of a submarine slide and the surface waves which it generates // *J. Geophys. Res.* 1992. Vol. 97, N C8. P. 12731–12744.
- [7] SAVAGE S., HUTTER K. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline // *J. Fluid Mech.* 1989. Vol. 199. P. 177–215.
- [8] ГАРАГАШ И.А., ЛОБКОВСКИЙ Л.И. Геометрическая оценка оползневых процессов и их мониторинг на склонах Черного моря в связи с реализацией проекта “Голубой поток” // *Мат. VI Междунар. научно-техн. конф. “Современные методы и средства океанологических исследований”*. М., 2000. P. 5–15.
- [9] HEINRICH P., PIATANESI A., NEBERT H. Numerical modeling of tsunami generation and propagation from submarine slumps: the 1998 Papua New Guinea event // *Geophys. J. Intern.* 2001. Vol. 145. P. 97–111.
- [10] IMAMURA F., IMTEAZ M.M.A. Long waves in two-layers: Governing equations and numerical model // *Sci. of Tsunami Hazards*. 1995. Vol. 13, N 1. P. 3–24.

- [11] JIANG L., LEBLOND P.H. Numerical modeling of an underwater Bingham Plastic mudslide and the waves which it generates // J. Geophys. Res. 1993. Vol. 98, N C6. P. 10303–10317.
- [12] ЕЛЕЦКИЙ С.В., МАЙОРОВ Ю.Б., МАКСИМОВ В.В. и др. Моделирование генерации поверхностных волн перемещением фрагмента дна по береговому склону // Вычисл. технологии. 2004. Т. 9 (совместный вып.). Вестн. КазНУ им. аль-Фараби. 2004. № 3(42), ч. I. С. 194–206.
- [13] ДОРФМАН А.А., ЯГОВДИК Г.И. Уравнения приближенной нелинейно-дисперсионной теории длинных волн, возбуждаемых перемещениями дна и распространяющихся в бассейне переменной глубины // Числен. методы мех. сплошной среды: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. ВЦ, ИТПМ. 1977. Т. 8(1). С. 36–48.
- [14] FEDOTOVA Z.I., PASHKOVA V.YU. On the numerical modelling of the dynamics of weakly nonlinear waves with dispersion // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1995. Vol. 10, N 5. P. 407–424.
- [15] БАБАЙЛОВ В.В., ЧУБАРОВ Л.Б. Численное моделирование движения оползня в рамках теории мелкой воды // Вычисл. технологии. 2004. Т. 9 (совместный вып.). Вестн. КазНУ им. аль-Фараби. 2004. № 3(42), ч. II. С. 217–226.
- [16] ЧИСЛЕННОЕ моделирование течений жидкости с поверхностными волнами / Г.С. Хакимянов, Ю.И. Шокин, В.Б. Баракнин, Н.Ю. Шокина. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. 393 с.

Поступила в редакцию 27 октября 2004 г.